

О ПОПУЛЯРНОЙ ОШИБКЕ, СВЯЗАННОЙ С ГРАФИКАМИ ДВИЖЕНИЯ

Г.К.Муравин.

С задачами на движение школьники начинают знакомиться еще в начальной школе, и к началу изучения понятия функции, можно считать, что этот материал им хорошо знаком. Наверное, поэтому одним из первых графиков зависимостей, с которыми школьники знакомятся, является график движения. Однако под словами график движения скрываются две, вообще говоря, различные зависимости: зависимость пройденного пути от времени движения и зависимость расстояния от движущегося объекта до некоторой точки. Понятно, что график первой из них должен быть графиком неубывающей функции, т.к. пройденный путь уменьшиться никак не может. По графику пути можно легко определить, когда делалась остановка, и сколько она продолжалась – это выражается участком графика, параллельным оси абсцисс. Можно также определить, какой путь был пройден за тот или иной временной интервал, а значит, и найти на нем среднюю скорость движения. С другой стороны, по графику расстояния можно получить лишь информацию о том, как с течением времени изменялось расстояние от начала отсчета. Заметим, что если расстояние в какой-то промежуток времени не изменяется – это еще недостаточное основание для вывода об остановке, так, например, при движении по окружности расстояние до ее центра не изменяется. В то же время, в отличие от пройденного пути, ничто не мешает расстоянию уменьшаться. Понятно, что по графику расстояния (за исключением случая, когда движение происходит по прямой, на которой расположена точка отсчета) принципиально невозможно судить, как меняется пройденный путь, и, следовательно, нельзя найти скорость движения.

Несмотря на очевидность высказанных соображений о различиях графиков пути и расстояния они почему-то игнорируются авторами школьных учебников. Приведем в качестве примеров задачи из трех разных учебников.

Начнем с учебника математики для 3 класса Л.Г.Петерсон (Часть 4, с.75, №4):

«На рисунке изображен график движения экскурсионного автобуса Москва — Владимир.

а) В котором часу автобус выехал из Москвы и когда вернулся обратно?

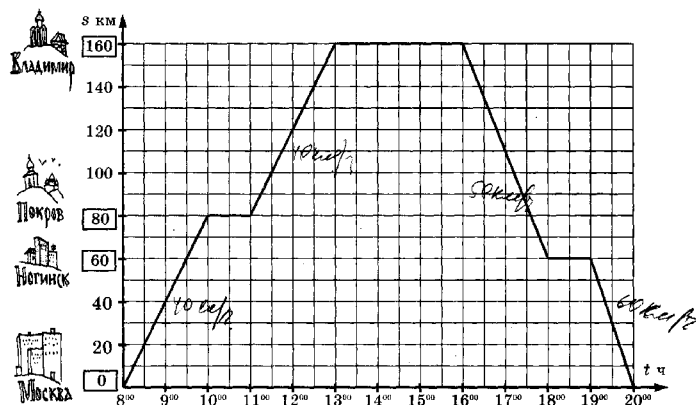
б) Определи скорость его движения на всех участках пути.

в) Сколько времени пробыли туристы в Покрове? Во Владимире? В Ногинске?

г) Сколько времени затратил автобус на путь от Владимира до Ногинска? Сколько времени он затратил на весь обратный путь?

д) На каком расстоянии от Москвы, и на каком расстоянии от Покрова был автобус в 12 ч? В 18 ч 30 мин?

е) В котором часу он находился на расстоянии 40 км от Москвы?»



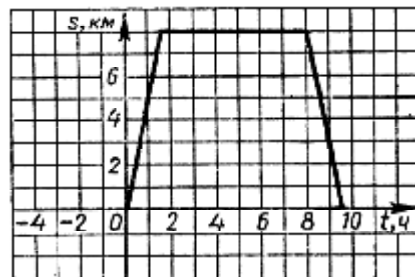
Оставим в стороне вопрос целесообразности изучения графиков в третьем классе и проанализируем, на какие вопросы автор ожидает получить ответы по данному графику. Во-первых, следует отметить, что перед нами график расстояния от Москвы (по-видимому, имеется ввиду автовокзал) до автобуса. Во-вторых, достаточно посмотреть на карту Московской области, чтобы сказать, что автобус шел не по прямой, следовательно, ответить на вопрос б) о скорости движения автобуса по этому графику невозможно, что, однако, не мешает школьникам на него отвечать, как видно из сделанных ими на рисунке надписей.

В самом массовом учебнике «Алгебра, 7» авторов Ю.Н.Макарычева и др. от переиздания к переизданию остается задача о рыболове (в издании 2000 г. ее номер 364):

«Рыболов вышел из дома и пошел на озеро, где ловил рыбу (по-видимому, авторы имели ввиду, что он пошел на озеро ловить рыбу). Затем он вернулся обратно.

График движения рыболова показан на рисунке.

Узнайте по графику: а) каково расстояние от дома до озера; б) сколько часов шел рыболов до озера и сколько часов он затратил на обратный путь; в) сколько часов был рыболов на озере; г) на каком расстоянии от дома был рыболов через 1 ч после выхода из дома; д) через сколько часов после выхода рыболов был на расстоянии 6 км от дома; е) какова средняя скорость рыболова на пути к озеру и какова на обратном пути».



В этой задаче мы также видим график расстояния, а значит, «узнать по нему» можно только ответы на вопросы г) и д). Дело в том, что в условии задачи не содержится достаточной информации о том, прямая ли дорога от дома до озера, и является ли место рыбалки ближайшей к дому рыболова точкой озера. Понятно, что, если это не так, то ответить на остальные вопросы не удастся.

А теперь возьмем новый учебник: «Математика, 7 класс», авторов Г.В.Дорофеева и др. И в нем мы находим под номером 609 аналогичную задачу:

«Турист поднялся из поселка на вершину горы и затем вернулся обратно в поселок. На рисунке 5.36 представлен график движения туриста. С помощью графика найдите:

- Сколько времени турист пробыл на вершине горы?
- За сколько минут турист прошел первый километр подъема и первый километр спуска?
- Сколько километров турист прошел за первые полчаса пути? за следующий час пути?
- Через сколько времени от начала движения турист был в 2 км от поселка?
- Какова была средняя скорость туриста (в км/ч) на подъеме? на спуске?»

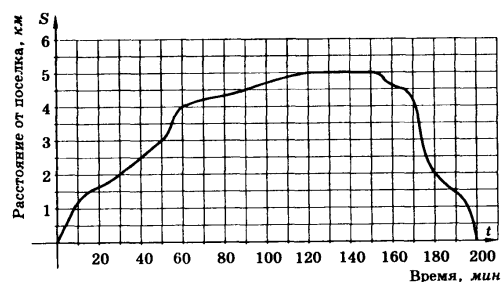


Рис. 5.36

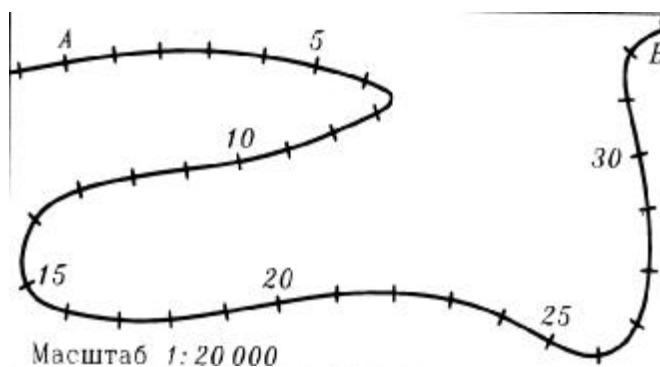
Каждому, кто представляет себе, по какому серпантину обычно поднимаются в гору, понятно, что о прямолинейном движении здесь речь идти не может, а значит, нельзя по этому графику ответить на вопросы а), б), в) и д), то есть на четыре вопроса из пяти заданных – своего рода рекорд.

Обратим внимание еще на один, скорее психологический недостаток этой задачи. Большинство учащихся, рассматривая приведенный график, склонны ассоциировать восхождение туриста на гору с «подъемом» соответствующей части графика. И, несложно предугадать их ответ, например, на вопрос: «Какова высота горы?».

Возможно, что для формирования умений работать с графиками функций физическая бессмысленность или некорректность задаваемых вопросов не так уж и важна, однако с точки зрения прикладных аспектов курса математики, а также для установления межпредметных связей с курсом физики такое искажение «правды жизни» совершенно недопустимо. Тем более, что учет различий между графиками пути и расстояния позволяет не только обогатить чисто математическую составляющую работы с графиками, но и сделать изучаемый материал для школьников интереснее, активизировать их работу. Приведем два примера из учебника «Алгебра, 7 класс» авторов К.С.Муравина, Г.К.Муравина, Г.В.Дорофеева, которые перешли в него из более раннего учебника «Алгебра, 7-9» К.С.Муравина и Г.К.Муравина. В качестве первого примера рассмотрим одну из предлагаемых в этом учебнике исследовательских работ.

«График расстояния.»

Туристы отправились на байдарках по течению реки из пункта A в пункт B со скоростью 5 км/ч. После 3 ч пути они сделали остановку на 1 ч, а затем поплыли дальше со скоростью 6 км/ч. На рисунке (рисунок уменьшен по сравнению с учебником) изображена схема маршрута туристов, на которой отмечены отрезки пути длиной 1 км.



Приборы и материалы: схема маршрута туристов в масштабе $1:20\,000$, измерительный циркуль, линейка.

Указания к работе

1. Определите на схеме точку, в которой находились туристы через 1 ч после отправления из A .
2. Найдите расстояние от этой точки до пункта A (первый вариант); до пункта B (второй вариант).
3. Запишите полученный результат в таблицу:

Время t , ч	0,5	1	1,5	2	2,5	3	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7
Расстояние d , км													

4. Определите на схеме точки, в которых находились туристы через 2 ч, через 3 ч и т.д. после отправления из A , и найдите соответствующие расстояния. Заполните таблицу.
5. Постройте график зависимости d от t .

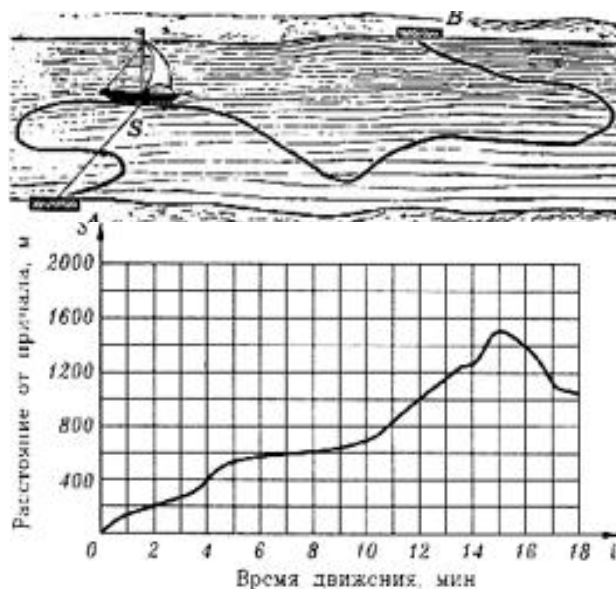
Выполнение этой работы позволяет сформировать у школьников адекватные представления о различии между понятиями пути и расстояния и в то же время является хорошей тренировкой в работе с графиками. По полученному графику можно поставить ряд дополнительных вопросов, например: «Когда расстояние от пункта $A(B)$ до туристов сокращалось, увеличивалось, было наибольшим?». Причем ответы на эти вопросы, подкрепляются конкретной схемой маршрута.

Задача (№350), как и только что рассмотренная исследовательская работа, посвящена графику расстояния:

«Парусная лодка отошла от причала A и через некоторое время подошла к причалу B , находящемуся на другом берегу реки. На рисунках показана траектория движения лодки и дан график зависимости расстояния лодки до причала A от времени ее движения. Найдите по графику:

- 1) на каком расстоянии от причала A находилась лодка через: а) 3 мин; б) 6 мин; в) 9 мин; г) 13 мин; д) 16 мин после отправления;
- 2) через сколько минут после отправления лодка находилась от A на расстоянии: а) 300 м; б) 600 м; в) 900 м; г) 1100 м;
- 3) каково было наибольшее расстояние от лодки до причала A ;
- 4) на каком расстоянии от причала A расположен причал B .

Означает ли горизонтальный участок графика, что лодка находилась на одном и том же месте?»



Одновременное рассмотрение графиков расстояния и схем движения позволяет ученикам лучше осознать, какую информацию можно получить из графика, а какую нельзя, что график отражает только некоторые характеристики реального процесса.

Данная статья была посвящена одному, в общем-то, довольно частному вопросу преподавания алгебры в 7 классе. Сейчас в издательстве «Дрофа» готовится к выходу пособие для учителя «Методические рекомендации и комментарии к преподаванию алгебры в 7 классе» Г.К.Муравина, в котором подробно рассмотрен широкий круг теоретических и практических вопросов методики школьного курса алгебры, приведено тематическое планирование, контрольные работы и конспекты некоторых уроков. Книга ориентирована на учебник «Алгебра, 7 класс» К.С.Муравина, Г.К.Муравина, Г.В.Дорофеева, вышедший в 1998 г. в издательстве «Дрофа», однако автор надеется, что и учителя, работающие по другим учебникам алгебры, найдут в ней много полезного и, приобретя хотя бы для себя сам учебник, сделают обучение семиклассников интереснее и эффективнее.