

Решаем олимпиадные задачи по математике в начальной школе



Ольга Викторовна Муравина, к.п.н., доцент,
зав. кафедрой начального образования
в Институте развития образовательных технологий (ИРОТ),
автор УМК по математике для 1-11 классов

Сайт: muravins.ru



Игра с числами

1. Вика умеет выговаривать все буквы, кроме Р и М.

Сколько чисел от 1 до 20 сможет правильно произнести Вика?

Решение.

Всего 20 чисел от 1 до 20.

Буква Р входит в название чисел: 3, 4, 13, 14.

Буква М входит в название чисел: 7, 8, 17, 18.

Маша сможет без ошибок произнести $20 - 8 = 12$ чисел.

Ответ: 12 чисел.

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20



Числовой ребус

2. Какое равенство зашифровал Максим? Разными фигурами он зашифровал разные цифры, одинаковыми – одинаковые.

$$\square + \triangle + \triangle = \triangle \bigcirc$$



Числовой ребус

2. Какое равенство зашифровал Максим? Разными фигурами он зашифровал разные цифры, одинаковыми – одинаковые.

$$\square + \triangle + \triangle = \triangle \bigcirc$$

Решение. Понятно, что используются цифры от 0 до 9.

Сначала определимся с первой цифрой в сумме.

Если первая цифра в сумме $2\bigcirc$, то получаем $\square + 2 + 2 = 2\bigcirc$.

Заменим квадрат самым большим однозначным числом 9, получим $9 + 4 = 13$.

Значит цифра 2 стоять на первом месте в сумме не может.

Значит, первая цифра в сумме 1. Тогда $\square + 1 + 1 = 1\bigcirc$, т.е. $\square + 2 = 1\bigcirc$.

Если квадрат заменим на 9, то получится $9 + 2 = 11$, что не соответствует условию, так как цифры суммы должны быть различны.

Заменим квадрат на 8, получим $8 + 1 + 1 = 10$.

Ответ: $8 + 1 + 1 = 10$.

Игра с числами



3. Маша придумала наибольшее трёхзначное число, все цифры которого различны, а все слова при записи этого числа по-русски, начинаются на одну и ту же букву. Какое число придумала Маша?



Игра с числами

3. Маша придумала наибольшее трёхзначное число, все цифры которого различны, а все слова при записи этого числа по-русски, начинаются на одну и ту же букву. Какое число придумала Маша?

Решение. Искомое число является суммой числа сотен и двузначного числа. Самое большое число сотен 9, значит, первое слово «девятьсот». Запись двузначного числа начинается с буквы «д», не содержит цифры 9, и его цифры различны. Таких чисел два, это 12 и 20. Наибольшее из них 20. Значит, наибольшее трехзначное число – 920.

Ответ: 920.



Игра с числами

4. На доске были записаны четыре числовых равенства. Полина стёрла один знак «плюс», один знак «минус», один знак «умножить», один знак «делить», а также четыре знака «равно». Полина заменила одинаковые знаки одинаковыми буквами, а разные – разными буквами. Восстановите равенства.



5 ... 1 ... 5
7 ... 3 ... 4
2 ... 3 ... 6
2 ... 6 ... 4

Игра с числами



4. На доске были записаны четыре числовых равенства. Полина стёрла один знак «плюс», один знак «минус», один знак «умножить», один знак «делить», а также четыре знака «равно». Полина заменила одинаковые знаки одинаковыми буквами, а разные – разными буквами. Восстановите равенства.

Решение. Полина стёрла четыре знака равно и только буква «В» повторяется 4 раза, значит, В – это «равно».

Получим записи:

5 A 1 = 5 – А «умножение» или «деление»

7 = 3 C 4, $7 = 3 + 4$.

2 D 3 = 6, $2 \times 3 = 6$.

2 = 6 E 4, $2 = 6 - 4$, значит, в первой строчке А - это знак деления.

5 A 1 = 5, $5 : 1 = 5$.

Ответ: $5 : 1 = 5$, $7 = 3 + 4$, $2 \times 3 = 6$, $2 = 6 - 4$.





Поиск закономерностей

5. Найдите закономерность в последовательности цифр и запишите следующие три цифры:

111121132142153163



Поиск закономерностей

5. Найдите закономерность в последовательности цифр и запишите следующие три цифры: 111121132142153163

Решение. Выделим тройки чисел **111121132142153163**

Найдём разности последующих и предыдущих троек чисел:

$121 - 111 = 10$, $132 - 121 = 11$, $142 - 132 = 10$, $153 - 142 = 11$, $163 - 153 = 10$,
т.е. разности чередуются: 10 и 11. Следующая разность 11, значит,
следующее число $163 + 11 = 174$.

Ответ: 174.



Игра с монетами

6. У Максима есть 25 монет, каждая из которых имеет номинал 1, 2, 5 или 10 рублей. Среди этих монет 19 – не двухрублёвые, 21 – не десятирублёвые, 18 – не однорублёвые. Сколько пятирублевых монет у Максима?

Решение.

- 1) $25 - 19 = 6$ (м.) по 2 р.
- 2) $25 - 21 = 4$ (м.) по 10 р.
- 3) $25 - 18 = 7$ (м.) по 1 р.
- 4) $25 - (6 + 4 + 7) = 8$ (м.) по 5 р.

Ответ: 8 монет по 5 р.





Задача с чашечными весами

7. Есть набор гирь: 6, 7, 8, 16, 32, 40, 48, 64 г. Надо поставить наибольшее число гирь на две чашки весов так, чтобы они оказались в равновесии. Какие гири не будут участвовать во взвешивании?

Решение. Найдём массу гирь: $6 + 8 + 7 + 16 + 32 + 40 + 48 + 64 =$
 $(64 + 6) + (48 + 32) + 40 + 8 + 7 + 16 = 70 + 80 + 40 + 31 = 221$ (г)
 $221 : 2 = 110$ (ост. 1), равновесия нет. Нужно чтобы масса гирь была чётная.
 $221 - 7 = 214$, $214 : 2 = 107$ (г) на каждую чашу весов, но гири все с чётной массой, значит, надо убрать ещё одну гирю.
 $214 - 6 = 208$, $208 : 2 = 104$ (г) на каждую чашу весов.
 $64 + 40 = 104$ (г) – на первую чашу весов.
 $8 + 16 + 32 + 48 = 104$ (г) – на вторую чашу весов.
Ответ: гири 6 г и 7 г удалили.



Деление на равные части

8. У Кости есть карточки с числами 3, 4, 6, 8, 12, 20, 28. Костя хочет разложить карточки в две кучки так, чтобы суммы чисел на карточках были равны. Костя старается воспользоваться наибольшим количеством карточек. Какие карточки ему придется удалить?

Решение. Найдем сумму чисел на всех карточках:

$3 + 4 + 6 + 8 + 12 + 20 + 28 = 81$, $81 : 2 = 40$ (ост. 1), нельзя разложить все равные по сумме кучки.

$81 - 3 = 78$, $78 : 2 = 39$, но карточки с четными числами не могут дать нечетное число 39.

Надо удалить еще одну карточку, например, 4.

Получим, $(78 - 4) : 2 = 37$, получили опять нечетное число. Неправильное удаление

Удалим 6, получим $(78 - 6) : 2 = 72 : 2 = 36$ – правильное удаление.

Разложим карточки в две кучки по 36 в сумме.

В первой кучке: $28 + 8 = 36$.

Во второй кучке: $4 + 12 + 20 = 36$.

Ответ: удалили карточки 3 и 6.



Логическая задача

9. Антон загадал трёхзначное число, а Лёша пытается его угадать. Лёша по очереди назвал числа 109, 704 и 124. Антон заметил, что каждое из этих чисел совпадает с загаданным числом ровно в одном разряде. Какое число загадал Антон?

Логическая задача



9. Антон загадал трёхзначное число, а Лёша пытается его угадать. Лёша по очереди назвал числа 109, 704 и 124. Антон заметил, что каждое из этих чисел совпадает с загаданным числом ровно в одном разряде. Какое число загадал Антон?

Решение. Лёша назвал числа:

109

704

124

Числа 109 и 124 совпали в разряде сотен, значит, в загаданном числе цифра 1 не стоит в разряде сотен. В разряде сотен стоит цифра 7.

В разряде десятков не может стоять 0, так как цифра 0 повторяется дважды, значит, стоит 2. В разряде единиц не может стоять цифра 4, она повторяется дважды, а должна стоять цифра 9.

Ответ: 729.

Логическая задача



10. В очереди в столовую стоят пять школьников: Аня, Боря, Вера, Гена и Денис.

- Боря стоит в начале очереди.
- Вера стоит рядом с Аней, но не рядом с Геной.
- Среди Ани, Бори и Гены никакие двое не стоят рядом.

Кто стоит рядом с Денисом?



Логическая задача

10. В очереди в столовую стоят пять школьников: Аня, Боря, Вера, Гена и Денис.

- Боря стоит в начале очереди.
- Вера стоит рядом с Аней, но не рядом с Геной.
- Среди Ани, Бори и Гены никакие двое не стоят рядом.

Кто стоит рядом с Денисом?

Решение. 5 учеников стоят рядом □□□□□, Боря стоит в начале Б□□□□. Рядом с Борей не могут стоять Аня и Гена, значит, могут стоять Вера и Денис, т.е. БВ□□□ или БД□□□.

Если БВ□□□, а Вера стоит рядом с Аней, то БВА□□. Гена стоять рядом с Аней не может, значит, БВАДГ.

Если БД□□□, то БДАВГ (Вера не должна стоять рядом с Геной), такой состав не подходит. БДВАГ и БДГАВ (Аня не должна стоять с Геной), такие составы не подходят.

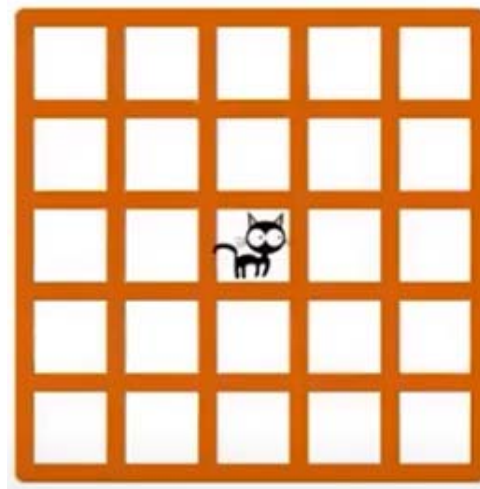
Ответ: Боря, Вера, Аня, Денис и Гена.



Алгоритм

11. Кот Мурзик ходит в соседние клетки, как показано с помощью стрелок. Одна стрелка – ход в соседнюю клетку. В какой клетке окажется кот, пройдя весь путь по стрелкам? Обведи клетку.

→ ↓ ↓ ← ← ↑ ↑ ↑ ← ↑





Алгоритм

11. Кот Мурзик ходит в соседние клетки, как показано с помощью стрелок. Одна стрелка – ход в соседнюю клетку. В какой клетке окажется кот, пройдя весь путь по стрелкам? Обведи клетку.

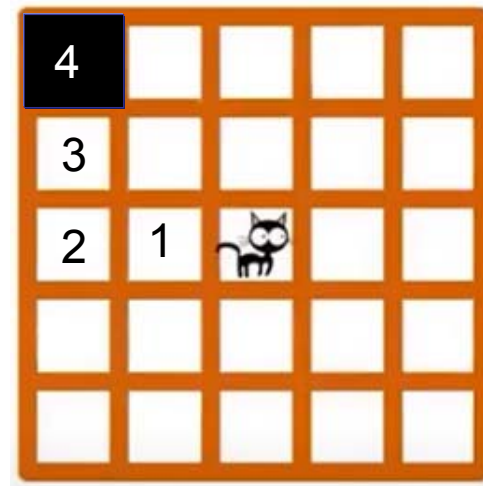
→ ↓ ↓ ← ← ↑ ↑ ↑ ← ↑

Решение. Способ 1.

Можно заметить, что передвижение на стрелку вправо и на 3 стрелки влево в итоге приводит к передвижению на 2 стрелки влево.

Аналогично 2 стрелки вниз и 4 стрелки вверх – 2 стрелки вверх. Значит, надо сдвинуться на 2 клетки влево и 2 клетки вверх.

Ответ.





Алгоритм

11. Кот Мурзик ходит в соседние клетки, как показано с помощью стрелок. Одна стрелка – ход в соседнюю клетку. В какой клетке окажется кот, пройдя весь путь по стрелкам? Обведи клетку.

→ ↓ ↓ ← ← ↑ ↑ ↑ ← ↑


Решение. Способ 2.

Пронумеруем стрелки и каждый шаг Мурзика.

→ ↓ ↓ ← ← ↑ ↑ ↑ ← ↑

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Ответ.

10				
9	8			
	7		1	
	6		2	
	5	4	3	



Осевая симметрия

12.

Коля сорвал кленовый лист и посмотрел на него в зеркало.



Какое изображение он увидит?
Обведи правильный вариант





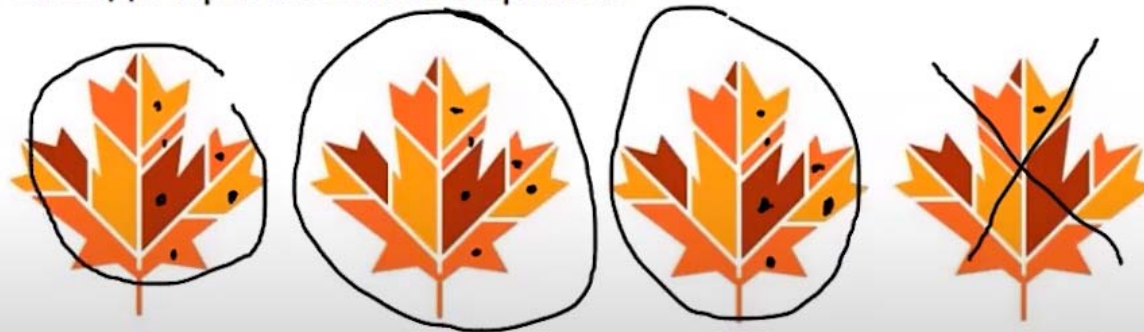
Задание 1. «Осевая симметрия»

Ответ.

12. Коля сорвал кленовый лист и посмотрел на него в зеркало.



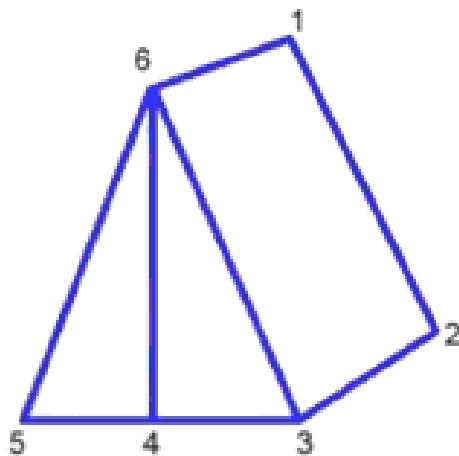
Какое изображение он увидит?
Обведи правильный вариант





Одним росчерком

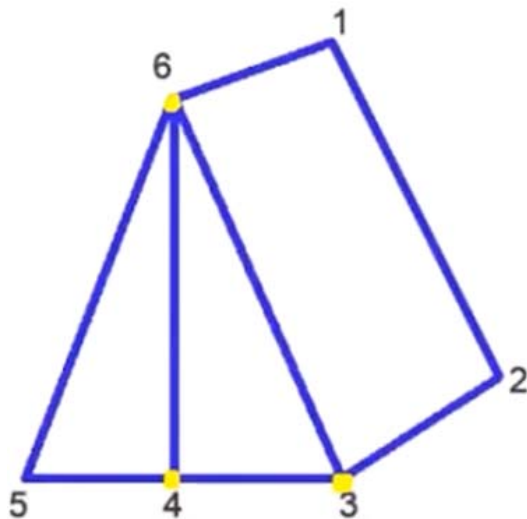
13. Нарисуйте фигуру по пронумерованным точкам «одним росчерком», не отрывая карандаш от бумаги и не проводя один и тот же отрезок дважды. Запишите последовательность прохождения точек фигуры.





Одним росчерком

13. Нарисуйте фигуру по пронумерованным точкам «одним росчерком», не отрывая карандаш от бумаги и не проводя один и тот же отрезок дважды. Запишите последовательность прохождения точек фигуры.




Ответ:

- 1) 3, 6, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 4;
- 2) 3, 2, 1, 6, 5, 4, 6, 3, 4;
- 3) 4, 5, 6, 1, 2, 3, 6, 4, 3;
- 4) 4, 3, 2, 1, 6, 5, 4, 6, 3;
- 5) 4, 6, 1, 2, 3, 6, 5, 4, 3.



Одним росчерком

1 класс

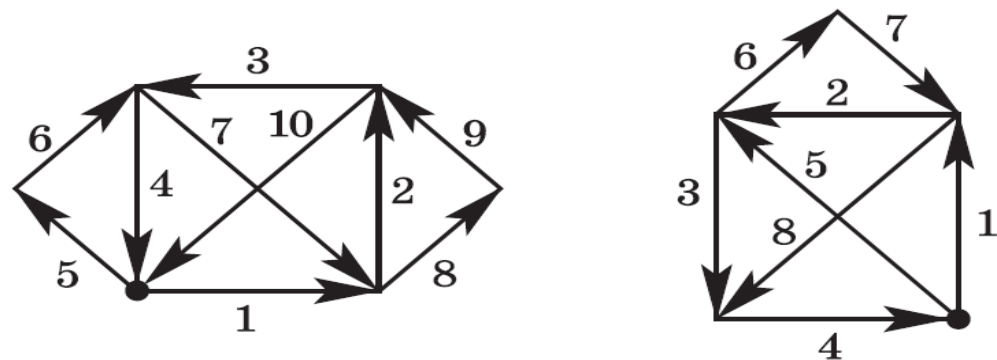
14.  Одним росчерком. Нарисуй пятиконечную и семиконечную звезду, не отрывая карандаш от бумаги.



15. Одним росчерком. Нарисуй каждую фигуру, не отрывая карандаш от бумаги и не проводя один и тот же отрезок дважды.

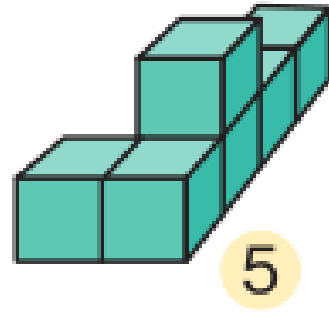
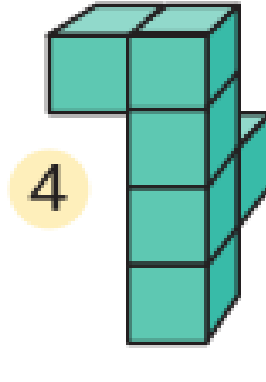
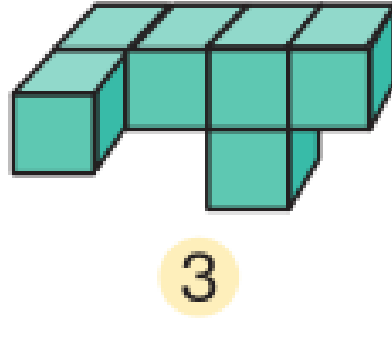
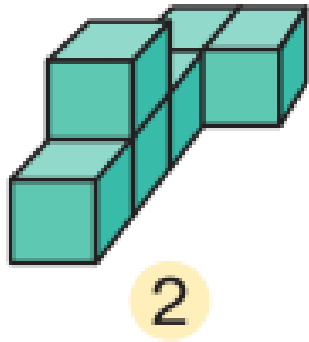
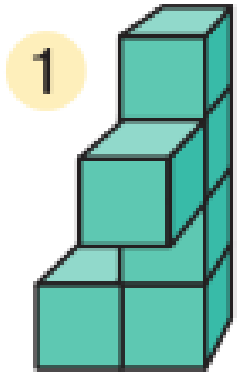


Ответ.



Геометрическая головоломка

16. Какая фигура лишняя?





Сложная геометрическая конфигурация

17. Сколько всего треугольников изображено на картинке?
(Треугольники, состоящие из треугольников, тоже нужно считать.)

Решение. Обозначим маленькие фигуры в большой фигуре от 1 до 6.

Посчитаем треугольники:

5 треугольников из 1 треугольника: 1, 2, 3, 4, 5.

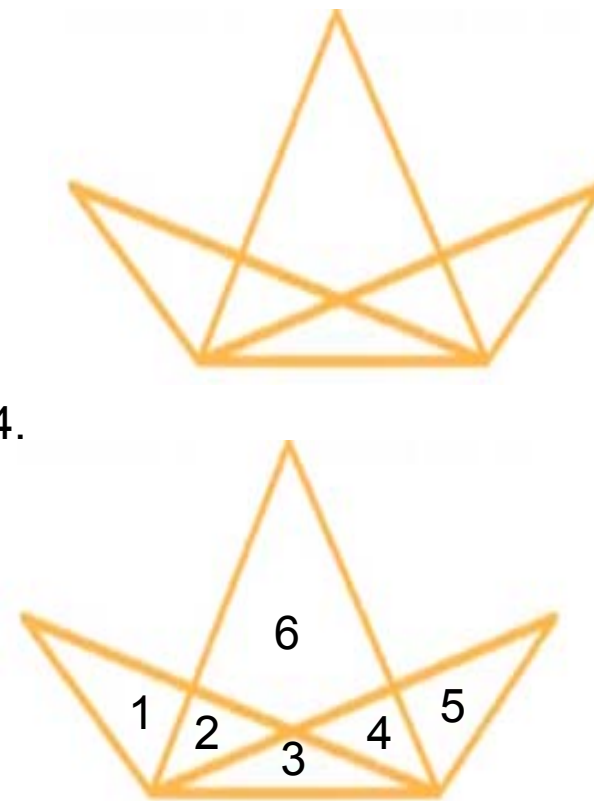
6 треугольников из 2 треугольников: 1 и 2; 2 и 3; 3 и 4; 4 и 5; 6 и 2; 6 и 4.

2 треугольника из 3 треугольников: 1, 2 и 3; 3, 4 и 5.

1 треугольник из 4 треугольников: 2, 3, 4 и 6.

$5 + 6 + 2 + 1 = 14$ (тр.) – всего.

Ответ: 14 треугольников.



Сложные геометрические конфигурации



18. Сколько отрезков изображено?



19. Сколько треугольников на каждом рисунке?



В № 19 надо посчитать количество треугольников в сложной конфигурации. Полезно начертить на доске четыре раза первый рисунок и пять раз — второй. На каждом чертеже можно цветным мелом показать увиденный треугольник. Ответы: 1) 4 треугольника; 2) 5 треугольников.

20. Сколько пятиугольников на каждом рисунке?



21. Сколько треугольников изображено на каждом рисунке?



В № 20 ученики ищут треугольники в сложной конфигурации. Ответы: 6 треугольников; 5 треугольников.



Шахматное поле

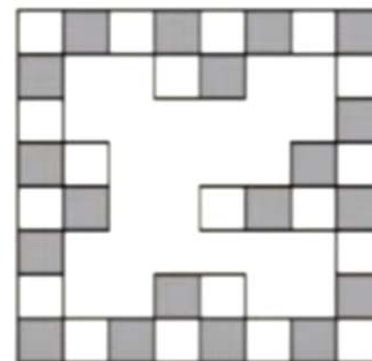
24. Термиты съели кусок старой деревянной шахматной доски.
Сколько чёрных клеток они съели?

Решение. Способ 1.

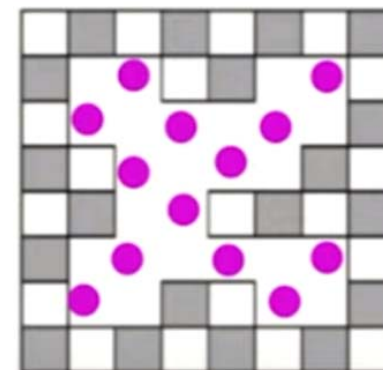
- 1) $8 \times 8 = 64$ (кл.) – есть на шахматной доске.
- 2) $64 : 2 = 32$ (кл.) – чёрных клеток. 19 чёрных клеток осталось.
- 3) $32 - 19 = 13$ (кл.) – чёрных клеток съели.

Ответ: 13 чёрных клеток.

Способ 2. Восстановить съеденные клетки и посчитать.



Ответ.



СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!

Следующее занятие 14 февраля в 16.00

(по московскому времени)

Ольга Викторовна Муравина,
кандидат педагогических наук, доцент,
зав. кафедрой начального образования в
Институте развития образовательных технологий,
автор УМК по математике для 1-11 классов.

Авторский сайт: muravins.ru

Авторский Ютьюб-канал:

<https://www.youtube.com/channel/UCh1S67No-caXt8lo5DmHc5w/videos>